2020 年安徽省“江南十校”综合素质检测·文科数学

参考答案、提示及评分细则

1. D　$A=\{x|x>-2\}$，$B=\{x|x<1\}$，则 $A\cap B=\{x|-2<x<1\}$. 故选 D.

2. A　由 $z=\mathrm{i}(1+\mathrm{i})=-1+\mathrm{i}$，则 $\bar{z}=-1-\mathrm{i}$. 故选 A.

3. B　因为弧长比较短的情况下分成 6 等分，每部分的弦长和弧长相差很小，可以用弧长近似代替弦长，故导线长度为 $\frac{2\pi}{3}\times 30=20\pi\approx 63$（厘米）. 故选 B.

4. C　由 $f(-x)=-\frac{x\cos x}{2^x+2^{-x}}=-f(x)$，可知函数 $f(x)$ 为奇函数，所以函数图象关于原点对称. 当 $0<x<\frac{\pi}{2}$ 时，$f(x)>0$. 故选 C.

5. D　由系统抽样的特点知，从编号为 1，2，…，500 的食品中抽取 20 袋，需要将它们分成 20 组，每组 25 个，因为抽到的编号为 69，则所有被抽到的食品编号满足 $19+25(k-1)$ $(k\in\mathbf{N}^*)$，所以所给四个编号符合条件的是 469 号. 故选 D.

6. C　由 $\sin\frac{\pi}{5}=\sqrt{1-a^2}$，$\sin\frac{3\pi}{5}=\sin\left(\pi-\frac{3\pi}{5}\right)=\sin\frac{2\pi}{5}=2\sin\frac{\pi}{5}\cos\frac{\pi}{5}=2a\sqrt{1-a^2}$. 故选 C.

7. A　因 $\log_3\sqrt{2}<\log_3\sqrt{3}$，所以 $a<\frac{1}{2}$，因 $3>\mathrm{e}$，所以 $\ln 3>1$，$2^0>c=2^{-0.99}>2^{-1}=\frac{1}{2}$，即 $\frac{1}{2}<c<1$，所以 $b>c>a$. 故选 A.

8. D　$S=\frac{1}{5}(1+2+3+4+5)-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)=\frac{43}{60}$. 故选 D.

9. A　由古典概型的基本事件的等可能性可得 6 拆成两个正整数的和含有的基本事件有：(1，5)，(2，4)，(3，3)，(4，2)，(5，1)，而加数全为质数的有(3，3)，所以所求概率为 $\frac{1}{5}$. 故选 A.

10. B　因为 $a\cos B+b\cos A=2c\cos C$，由正弦定理得 $\sin A\cos B+\sin B\cos A=2\sin C\cos C$，所以 $\sin(A+B)=2\sin C\cos C$，所以 $\sin C=2\sin C\cos C$. 因为 $C\in(0,\pi)$，所以 $\sin C\neq 0$，所以 $\cos C=\frac{1}{2}$，所以 $C=\frac{\pi}{3}$，因为 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$，$c=\sqrt{7}$，$a+b=5$，所以 $7=(a+b)^2-3ab=25-3ab$，所以 $ab=6$，所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times 6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$. 故选 B.

11. C　由题意可得 $\angle AFB=\frac{\pi}{2}$，所以点 A 的坐标为 $\left(\frac{4c}{3},\frac{c}{3}\right)$，代入椭圆方程有 $\frac{16c^2}{9a^2}+\frac{c^2}{9b^2}=1$，又 $a^2=b^2+c^2$，所以 $c^4+8b^2c^2-9b^4=0$，解得 $c^2=b^2$ 或 $c^2=-9b^2$（舍去），所以 $a^2=2c^2$，所以椭圆 C 的方程可化为 $\frac{x^2}{2c^2}+\frac{y^2}{c^2}=1$，设点 Q 的坐标为 (x,y)，则 $x^2=2c^2-2y^2$，所以 $|PQ|=\sqrt{x^2+\left(y-\frac{c}{2}\right)^2}=\sqrt{2c^2-2y^2+\left(y-\frac{c}{2}\right)^2}=\sqrt{-y^2-cy+\frac{9}{4}c^2}=\sqrt{-\left(y+\frac{c}{2}\right)^2+\frac{5}{2}c^2}\leqslant\frac{\sqrt{10}}{2}c$，所以 $d=\frac{\sqrt{10}}{2}c$，$\frac{d}{c}=\frac{\sqrt{10}}{2}$. 故选 C.

12. B　因为 $f(x)=1-2\cos^2\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)=-\cos\left(2\omega x+\frac{2\pi}{3}\right)=\sin\left(2\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$，所以周期 $T=\frac{2\pi}{2\omega}=\frac{\pi}{\omega}$. 对于①，由条件知，周期为 2π，所以 $\omega=\frac{1}{2}$，故①错误；对于②，函数图象右移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到的函数为 $y=\sin\left(2\omega x-\frac{\omega\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\right)$，其图象关于 y 轴对称，则 $-\frac{\omega\pi}{3}+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi$ $(k\in\mathbf{Z})$，解得 $\omega=-1-3k$ $(k\in\mathbf{Z})$，故对

意整数 k，$\omega\notin(0,2)$，所以② ；对于③，由条件得 $\frac{7\pi}{2\omega}-\frac{\pi}{12\omega}\leqslant 2\pi<\frac{4\pi}{\omega}-\frac{\pi}{12\omega}$， 得 $\frac{41}{24}\leqslant\omega<\frac{47}{24}$，故③正

；对于④，由条件得 $\begin{cases}-\frac{\omega\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\geqslant-\frac{\pi}{2},\\ \frac{\omega\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{\pi}{2},\end{cases}$ 得 $\omega\leqslant\frac{2}{3}$， $\omega>0$，所以 $0<\omega\leqslant\frac{2}{3}$，故④正 .故选 B.

13. $3x-y-2=0$ 由 $f(1)=1$，$f'(x)=\frac{1}{x}+2x$，有 $f'(1)=3$，故所求 线 为 $y-1=3(x-1)$，整理为 $3x-y-2=0$.

14. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 线的 为 $2c$，因 $a=1$，$e=\sqrt{2}$，所以 $c=\sqrt{2}$，$b=\sqrt{2-1}=1$，故 线 C 的 点的坐标为 $(1,0)$， 条 近线的 为 $x-y=0$，则 点到 近线的 为 $\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

15. $(-3,9)$ 因为点 C $\angle AOB$ 的 线 ，所以 $\lambda\in(0,+\infty)$ $\overrightarrow{OC}=\lambda\left(\frac{\overrightarrow{OA}}{|\overrightarrow{OA}|}+\frac{\overrightarrow{OB}}{|\overrightarrow{OB}|}\right)=\lambda(0,1)+\lambda\left(-\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)=\left(-\frac{3}{5}\lambda,\frac{9}{5}\lambda\right)$，而 $|\overrightarrow{OC}|=3\sqrt{10}$，可得 $\lambda=5$，$\therefore\overrightarrow{OC}=(-3,9)$.

16. 25π O 的 为 R， A $AO_1\perp$ BCD， 足为 O_1， O_1B，O_1C，O_1D，由 $AB=AC=AD$ 得 $O_1B=O_1C=O_1D$，即 O_1 为 $\triangle BCD$ 的 ，所以 O 线 AO_1 ，$\triangle BCD$ 中，$CD=2\sqrt{3}$，$\angle CBD=60^\circ$， $\triangle BCD$ 圆的 为 r，由正弦定理得，$2r=\frac{CD}{\sin\angle CBD}=\frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4$，所以 $r=2$，所以 $AO_1=\sqrt{AB^2-r^2}=\sqrt{20-4}=4$， OB，则 $R^2=|4-R|^2+r^2$，即 $R^2=|4-R|^2+4$， 得 $R=\frac{5}{2}$，所以 $S=4\pi R^2=4\pi\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^2=25\pi$.

17. ：(1) $\{a_n\}$ 的 比为 q，由题意知 $q>1$. 1 分

因为 $a_2=9$，$S_3=39$，所以 $a_1+a_3=30$， 2 分

所以 $\frac{a_1+a_3}{a_2}=\frac{30}{9}=\frac{10}{3}$，即 $\frac{1+q^2}{q}=\frac{10}{3}$， 得 $q=3$， $q=\frac{1}{3}$（ ）， 4 分

故数 $\{a_n\}$ 的 为 $a_n=3^n$. 5 分

(2)由(1)，得 $b_n=\frac{2n-1}{3^n}$，

所以 $T_n=\frac{1}{3}+\frac{3}{3^2}+\frac{5}{3^3}+\cdots+\frac{2n-1}{3^n}$， 6 分

所以 $\frac{1}{3}T_n=\frac{1}{3^2}+\frac{3}{3^3}+\frac{5}{3^4}+\cdots+\frac{2n-1}{3^{n+1}}$，

两 相 ，得 $\frac{2}{3}T_n=\frac{1}{3}+\frac{2}{3^2}+\frac{2}{3^3}+\cdots+\frac{2}{3^n}-\frac{2n-1}{3^{n+1}}$ 8 分

$$=\frac{1}{3}+\frac{\frac{2}{9}\left(1-\frac{1}{3^{n-1}}\right)}{1-\frac{1}{3}}-\frac{2n-1}{3^{n+1}}$$

$$=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{3^n}-\frac{2n-1}{3^{n+1}}$$

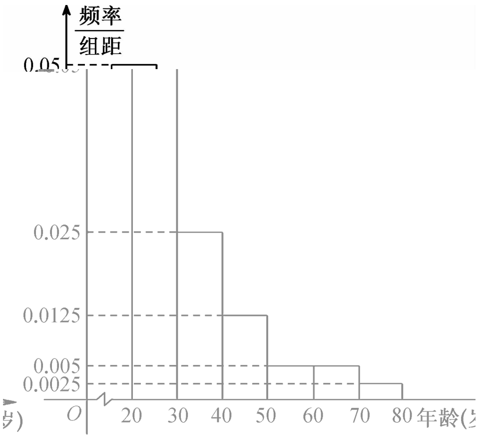
$$=\frac{2}{3}-\frac{2n+2}{3^{n+1}}.$$

□□ $T_n=1-\frac{n+1}{3^n}$. □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ 12 □

18. □:(1)□□□□□□□□□□□□□ 80 □,

□□□□□□□□□□:0.5,0.25,0.125,0.05,0.05,0.025. □□□□□□□□□□□□□□□□ 2 □

□□□□□□□□□□□



□□ 4 □

□□□□□□□□□□□□□□ $\frac{40\times25+20\times35+10\times45+4\times55+4\times65+2\times75}{80}=34.75$,

□□□□□□□□□□□□□□□□ 34.75 □. □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ 6 □

(2)□□□□□□□:

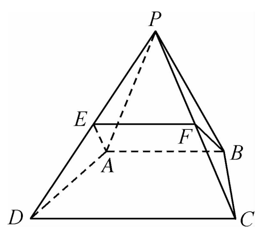
	□□□□ 50 □	□□□□□ 50 □	□□
□□□□□□	70	10	80
□□□□□□□	4	16	20
□□	74	26	100

□□ 9 □

□ $K^2=\frac{100\times(70\times16-4\times10)^2}{74\times26\times80\times20}\approx37.89>10.828$. □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ 11 □

□□□□□□□□□□ 0.001 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□. □□□□□□□□□□□ 12 □

19. (1)□□:□□□,□ PC □□□ F, □□□□□□□□□□□□□□□□□□ 1 □



$\because PE=DE,PF=CF,\therefore EF/\!/CD,CD=2EF$

$\because AB/\!/CD,CD=2AB,\therefore AB/\!/EF$,□ $EF=AB$

$\therefore$ □□□ $ABFE$ □□□□□□□, $\therefore AE/\!/BF$ □□□□□□□□□□□□□ 3 □

$\because BF\subset$ □□ PBC, $AE\not\subset$ □□ PBC, $\therefore AE/\!/$ □□ PBC □□□□□□□□ 5 □

(2)□:□□□:□(1)□ $AE/\!/$ □□ PBC,

$\therefore$ □ E □□□ PBC □□□□□ A □□□ PBC □□□□□,

$\therefore V_{P\text{-}EBC}=V_{E\text{-}PBC}=V_{A\text{-}PBC}=V_{P\text{-}ABC}$. □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ 7 □

□□□ AB □□□ O,□□ PO, $\because PA=PB,\therefore OP\perp AB$.

$\because$ □□ $PAB\perp$ □□ $ABCD$,□□ $PAB\cap$ □□ $ABCD=AB,OP\subset$ □□ PAB,

$\therefore OP\perp$ □□ $ABCD$.

$\because \triangle PAB$ □□□□□□□□, $PA=PB,AB=2$,

$\therefore OP=1$. □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ 9 □

∵ ABCD 为等 ， $AB // CD, CD=2AB=4, AD=\sqrt{2}$，

∴ ABCD 的 为 1，

∴$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times2\times1=1$，………………………………………… 11 分

∴$V_{P\text{-}ABC}=\frac{1}{3}\times1\times1=\frac{1}{3}$，

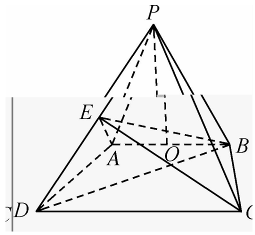
∴$V_{P\text{-}EBC}=\frac{1}{3}$. …………………………………………………………… 12 分

： AB 的 O， OP，∵$PA=PB$，∴$OP\perp AB$，

∵ $PAB\perp$ ABCD， $PAB\cap$ $ABCD=AB$，$OP\subset$ PAB，

∴$OP\perp$ ABCD. …………………………………………… 6 分

∵△APB 为等 ，$PA=PB$ $AB=2$，∴$OP=1$. ……………… 7 分



∵E 为 PD 的 ，∴E ABCD 的 $d=\frac{1}{2}OP=\frac{1}{2}$.

∵ ABCD 为等 ， $AB=2, CD=4, AD=\sqrt{2}$，

∴B DC 的 为 1，

∴$S_{\triangle BDC}=\frac{1}{2}\times4\times1=2$，………………………………………… 10 分

∴$V_{E\text{-}DBC}=\frac{1}{3}\cdot S_{\triangle BDC}\cdot d=\frac{1}{3}\times2\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$，∴$V_{D\text{-}EBC}=\frac{1}{3}$， E 为 PD ， $V_{P\text{-}EBC}=\frac{1}{3}$…… 12 分

20. ：(1)$f(x)$的 为$(0,+\infty)$，

则 $f'(x)=2x-(2+a)+\frac{a}{x}=\frac{(x-1)(2x-a)}{x}$，$f'(x)=0$ 的 为 $1,\frac{a}{2}$…………………… 2 分

① $0<\frac{a}{2}<1$， $0<a<2$ $x\in\left(0,\frac{a}{2}\right)\cup(1,+\infty)$ ，$f'(x)>0$ $x\in\left(\frac{a}{2},1\right)$ ，$f'(x)<0$，

$f(x)$ $\left(\frac{a}{2},1\right)$ ， $\left(0,\frac{a}{2}\right)$，$(1,+\infty)$ ；………………… 3 分

② $\frac{a}{2}=1$， $a=2$ $x\in(0,+\infty)$，$f'(x)\geqslant0$， $f(x)$ $(0,+\infty)$ ；………… 4 分

③ $\frac{a}{2}>1$， $a>2$ $x\in\left(1,\frac{a}{2}\right)$ ，$f'(x)<0$ $x\in(0,1)\cup\left(\frac{a}{2},+\infty\right)$ ，$f'(x)>0$，

$f(x)$ $\left(1,\frac{a}{2}\right)$ ， $(0,1)$，$\left(\frac{a}{2},+\infty\right)$. ………………… 5 分

述 $0<a<2$ ，$f(x)$ $\left(0,\frac{a}{2}\right)$ $(1,+\infty)$ ， $\left(\frac{a}{2},1\right)$ ；

$a=2$ ，$f(x)$ $(0,+\infty)$ ；

$a>2$ $f(x)$ $(0,1)$，$\left(\frac{a}{2},+\infty\right)$ ， $\left(1,\frac{a}{2}\right)$ ………… 6 分

(2) 一 ：因为 $f(x)\geqslant(a+1)\ln x-2x$ $x\in(0,+\infty)$恒成立，

$x^2-(2+a)x+a\ln x\geqslant(a+1)\ln x-2x$， $x^2-ax-\ln x\geqslant0$ 恒成立，

$a\leqslant x-\frac{\ln x}{x}$.

令 $g(x)=x-\frac{\ln x}{x}$，则问 转 为 $a\leqslant g(x)_{\min}$. ……………………………… 7 分

$g'(x)=1-\frac{1-\ln x}{x^2}=\frac{x^2-1+\ln x}{x^2}$，……………………………………… 8 分

令 $h(x)=x^2-1+\ln x$,则 $h'(x)=2x+\dfrac{1}{x}>0$,

$h(x)$ $(0,+\infty)$. $h(1)=0$, 9

$(0,1)$ $h(x)<0$, $(1,+\infty)$ $h(x)>0$,

$(0,1)$ $g'(x)<0$, $(1,+\infty)$ $g'(x)>0$, 10

$g(x)$ $(0,1)$, $(1,+\infty)$,

$g(x)_{\min}=g(1)=1$. 11

$a\leqslant 1$, 实 a 值范围 $(-\infty,1]$. 12

: $f(x)\geqslant(a+1)\ln x-2x$ $x\in(0,+\infty)$ 恒 立,

$x^2-(2+a)x+a\ln x\geqslant(a+1)\ln x-2x$, $\ln x-x^2+ax\leqslant 0$ 恒 立,

令 $h(x)=\ln x-x^2+ax$,

$h'(x)=\dfrac{1}{x}-2x+a=\dfrac{-2x^2+ax+1}{2}$. 8

次 , $x_0\in(0,+\infty)$, $h'(x_0)=0$,

$-2x^2+ax+1=0$, $x\in(0,x_0)$,$h'(x_0)>0$;

$x\in(x_0,+\infty)$,$h'(x_0)<0$,

$\therefore h(x)$ $(0,x_0)$, $(x_0,+\infty)$,

$\therefore h(x)=h(x_0)=\ln x_0-x_0^2+ax_0=\ln x_0+x_0^2-1$. 10

$h(x)_{\max}=h(x_0)=\ln x_0+x_0^2-1\leqslant 0$.

$g(x)=\ln x+x^2-1$,则 $g'(x)=\dfrac{1}{x}+2x>0$, $g(x)$.

$g(1)=0$

$\therefore g(x)\leqslant 0$ 集 $(0,1]$, $x_0\in(0,1]$,

$\therefore a=2x_0-\dfrac{1}{x_0}\in(-\infty,1]$. 12

21.(1) : 抛物 C M都 x , A,B x , 妨 A $(x_0,y_0)(y_0>0)$.

1

$|AB|=2\sqrt{2}$, $y_0=\sqrt{2}$,

$(x_0-1)^2+2=3$, $x_0=2$ $x_0=0($ $)$, 2

$A(2,\sqrt{2})$,把$(2,\sqrt{2})$ 抛物 $p=\dfrac{1}{2}$,

抛物 C $y^2=x$. 4

(2) : l_1 $y-1=k(x-1)(k\neq 0)$, $y=kx+1-k$,

立 $\begin{cases} y^2=x, \\ y=kx+1-k, \end{cases}$

消 x $ky^2-y+1-k=0,\Delta=1-4k(1-k)=4k^2-4k+1=(2k-1)^2=0$, $k=\dfrac{1}{2}$,

l_1 $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}$. 6

l_2 $y=-\dfrac{1}{2}x+m$, D,E (x_1,y_1)、(x_2,y_2),

立 $\begin{cases} y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}, \\ y=-\dfrac{1}{2}x+m, \end{cases}$ $\begin{cases} x=m-\dfrac{1}{2}, \\ y=\dfrac{m}{2}+\dfrac{1}{4}, \end{cases}$ 则 $Q\left(m-\dfrac{1}{2},\dfrac{m}{2}+\dfrac{1}{4}\right)$.

所以$|PQ|=\sqrt{\left(m-\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{m}{2}-\frac{3}{4}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}\left|m-\frac{3}{2}\right|$，$|PQ|^2=\frac{5}{4}\left(m-\frac{3}{2}\right)^2$． 8分

立 $\begin{cases} y^2=x, \\ y=-\frac{1}{2}x+m, \end{cases}$ 消 y 整 得$x^2-(4m+4)x+4m^2=0$，

由 知$\Delta=(4m+4)^2-4\times1\times4m^2=32m+16>0$，即 $m>-\frac{1}{2}$，所以$\begin{cases} x_1+x_2=4m+4, \\ x_1x_2=4m^2, \end{cases}$

所以$|QD|=\sqrt{\left(m-\frac{1}{2}-x_1\right)^2+\left(\frac{m}{2}+\frac{1}{4}-y_1\right)^2}=\sqrt{\left(m-\frac{1}{2}-x_1\right)^2+\left(\frac{m}{2}+\frac{1}{4}+\frac{x_1}{2}-m\right)^2}=$

$\sqrt{\left(m-\frac{1}{2}-x_1\right)^2+\frac{1}{4}\left(m-\frac{1}{2}-x_1\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}\left|x_1-\left(m-\frac{1}{2}\right)\right|$． 9分

同 $|QE|=\frac{\sqrt{5}}{2}\left|x_2-\left(m-\frac{1}{2}\right)\right|$． 10分

所以$|QD|\cdot|QE|=\frac{5}{4}\left|x_1-\left(m-\frac{1}{2}\right)\right|\cdot\left|x_2-\left(m-\frac{1}{2}\right)\right|=\frac{5}{4}\left|x_1x_2-\left(m-\frac{1}{2}\right)(x_1+x_2)+\left(m-\frac{1}{2}\right)^2\right|$

$=\frac{5}{4}\quad 4m^2-\left(m-\frac{1}{2}\right)(4m+4)+\left(m-\right.$——